

# 悬臂梁电极长度对压电 俘能电气特性的影响研究

白凤仙,马慧卿,孙建忠,董维杰,张梦洁

(大连理工大学电气工程学院,辽宁大连 116023)

**摘要:** 悬臂梁电极长度是影响压电振动俘能特性的重要因素之一. 提出了用能量分布函数描述在振动俘能过程中电场能量与电极占比的关系,并探究了电极占比对电气输出特性影响的本质. 指出矩形和三角形悬臂梁获得最大功率的最优电极占比在50%~60%之间,在俘能过程中存在电荷的重新分配,且存在能量损失,在最优电极处能量损失最低,全电极时能量损失较大. 仿真和实验结果均表明矩形和三角形悬臂梁的最优电极占比与能量分布函数得到的最优值相吻合,优化电极提高输出功率是可行的.

**关键词:** 压电悬臂梁; 能量收集; 电极长度; 电气特性

**中图分类号:** TN712.5      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2019)11-2256-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.11.003

## Study of the Electrode Length of Cantilever on Electrical Characteristics of Piezoelectric Energy Harvesting

BAI Feng-xian, MA Hui-qing, SUN Jian-zhong, DONG Wei-jie, ZHANG Meng-jie

(College of Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116023, China)

**Abstract:** The length of the cantilever beam electrode is one of the important factors affecting the characteristics of piezoelectric vibration energy harvesting. The energy distribution function was proposed to describe the relationship between electric field energy and electrode ratio during the vibration energy harvesting, and the nature of the effect of electrode ratio on electrical characteristics was also explored. It is pointed out that the optimal electrode ratio of the rectangular and triangular cantilever beams to obtain the maximum power is between 50%~60%. In addition, the charge is redistributed with energy loss during vibration energy harvesting, and the energy loss is lowest at the optimal electrode and greater when the electrode ratio reaches 100%. Both the simulation and experiment results show that the optimal electrode ratio of the rectangular and triangular cantilever beams is in accordance with the optimal value obtained by the energy distribution function, and it is feasible to increase the output power by optimizing the electrode-length.

**Key words:** piezoelectric cantilever beam; energy harvesting; electrode length; electrical characteristics

### 1 引言

压电换能器迅速发展已成为最可靠的机电转换机制之一,并得到进一步的拓展和应用<sup>[1-4]</sup>. 压电悬臂梁因其结构简单, 清洁环保和易于实现小型化和集成化等优点广泛应用于振动俘能系统, 并成为国内外学者的研究热点<sup>[5-7]</sup>. 在振动俘能过程中为了获得较大的输出功率, 悬臂梁的几何形状、尺寸和电极分布情况等均需进行合理的设计和优化. 文献[8,9]指出三角形压电

悬臂梁改善了应变分布特性, 其输出电压优于矩形和梯形悬臂梁. 文献[10~12]研究了矩形、梯形和三角形压电悬臂梁在振动俘能过程中的输出特性, 指出三角形悬臂梁在改善输出功率方面是最佳的几何形状. 文献[13]在三角形梁的基础上进一步提出了内弧边和外弧边三角形压电悬臂梁, 通过仿真和实验证明了当载荷相同, 负载电阻匹配时, 内弧边梁的输出功率最大, 外弧边梁的输出功率最小. Mark Stewart 等人提出在振动俘能过程中, 压电悬臂梁的应变不均匀分布会导致电

荷的重新分配过程,此过程存在能量损失,进而导致压电俘能器效率降低<sup>[14]</sup>.英国剑桥大学的 Sijun Du 等人通过理论分析和实验验证提出在能量收集过程中,悬臂梁的电极长度存在最优值使得输出功率最大,并指出了矩形梁的电极长度为梁长的 44% 时输出功率最大<sup>[15]</sup>.

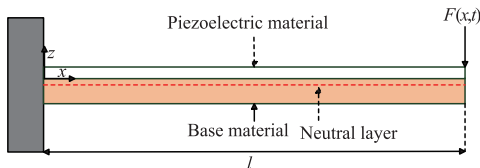
综上,在压电振动俘能过程中,对于俘能器件悬臂梁而言,无论是压电材料、形状尺寸还是电极长度均影响能量收集系统的输出电压和输出功率.而关于电极长度对压电振动能量系统电气特性的影响现有文献研究较少.本文提出了用能量函数描述在振动俘能过程中电场能量与电极占比(为了便于比较引入“电极长度占比”,即电极长度与悬臂梁长度之比,以下简称“电极占比”)的关系,更准确地分析了电极占比的影响,并探究了电极占比对电气输出特性影响的本质;通过 ANSYS 仿真和实验验证了矩形和三角形悬臂梁在能量收集过程中的最优电极占比,指出了在实际应用过程中通过优化电极长度来提高输出功率是可行的.

## 2 理论分析

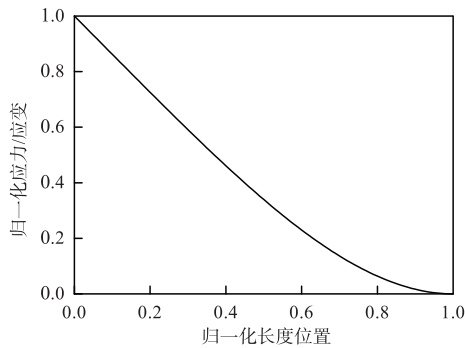
本文首先给出了矩形和三角形悬臂梁的应变分布函数,其次得到了电场能量的分布函数,进而得到悬臂梁在振动俘能过程中所收集的电场能量与电极分布的关系,并探究了电极占比对电气输出特性影响的本质.

### 2.1 应变分布函数

压电悬臂梁最常用的模型如图 1(a) 所示,本文为了方便研究电极占比对压电悬臂梁输出特性的影响,令电极长度为  $x(0 \leq x \leq l)$ ,  $l$  为悬臂梁长度.



(a) 矩形压电悬臂梁模型



(b) 一阶模态应变分布

图 1 矩形压电悬臂梁模型及一阶模态应变分布

在外力载荷  $F$  作用下,压电悬臂梁满足如式(1)所

示的欧拉-伯努利梁振动方程.

$$\rho \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = F(x,t) \quad (1)$$

其中,  $\rho$  为基底材料的线密度,  $y$  为位移,  $F$  为外部载荷,  $E$  为基底材料的弹性模量,  $I$  为悬臂梁的惯性矩.

通过分析求解式(1),得到压电悬臂梁的各阶振动模态函数<sup>[16]</sup>,并根据悬臂梁变形理论得到在不同模态下的平均应变在其长度方向的分布函数,即应变分布函数为:

$$\varepsilon_i(x) = \frac{h}{2} \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} \quad (2)$$

其中,  $\phi_i(x)$  为各阶振动的模态函数,  $h$  为压电悬臂梁中性层到压电层中心的距离.

对式(2)作归一化处理即可得到一阶和二阶的应变分布图,通过多项式拟合即可得到悬臂梁的一阶和二阶应变分布函数.在振动能量收集过程中压电悬臂梁工作在一阶模态下,本文仅分析一阶应变分布函数,矩形梁的一阶应变分布图如图 1(b) 所示.经拟合得到矩形和三角形悬臂梁的一阶模态应变函数如式(3)和式(4)所示.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(x') = & 0.5 \cos(1.875x') + 0.5 \cosh(1.875x') \\ & - 0.367 \sin(1.875x') - 0.367 \sinh(1.875x') \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(x') = & 23.365x'^6 - 82.108x'^5 + 113.742x'^4 \\ & - 76.275x'^3 + 24.365x'^2 - 4.188x' \end{aligned} \quad (4)$$

### 2.2 能量分布函数

由于矩形梁为等截面梁,对其长度作归一化处理,即令  $l=1$ ,在  $0 \sim x'$  的位置覆盖电极,则压电悬臂梁可视作电容,即:

$$C = \frac{\varepsilon S}{h} = \frac{\varepsilon W x'}{h} \quad (5)$$

其中,  $S = W x'$  为  $0 \sim x'$  的面积,  $W$  为梁的宽度.根据压电方程得到微元的电荷量:

$$dQ = d_{31} \sigma dS \quad (6)$$

其中,  $\sigma$  为  $x'$  处应力,  $dS$  为微元面积,进而,得到  $0 \sim x'$  的总电荷量为:

$$Q(x') = d_{31} W E \int_0^{x'} \varepsilon(x') dx' \quad (7)$$

在振动俘能过程中,悬臂梁存储的电场能量  $E_0$  为:

$$E_0(x') = \frac{Q^2(x')}{2C(x')} \quad (8)$$

将式(5)和(7)代入式(8),从而得到矩形梁存储的电场能量与电极占比的变化关系为:

$$E_{0-rect}(x') = \frac{hd_{31}^2 WE^2 \left[ \int_0^{x'} \varepsilon(x') dx' \right]^2}{2\varepsilon x'} \quad (9)$$

其中,  $E$  为悬臂梁等效弹性模量.

矩形梁的开路电压为:

$$U_{rect}(x') = \frac{Q(x')}{C(x')} = \frac{d_{31}hE \int_0^{x'} \varepsilon(x') dx'}{\varepsilon x'} \quad (10)$$

当悬臂梁工作在其一阶模态时,其集中参数等效电路为电流源  $i_p$ 、电阻  $R_p$  和电容  $C_p$  的一个并联组合<sup>[17]</sup>. 假设压电材料的电阻率为  $\rho$ ,其一阶模态的固有频率为  $\omega_0$  时,有:

$$R_p(x) = \rho \frac{h}{Wx} \quad (11)$$

$$C_p(x) = \frac{\varepsilon Wx}{h} \quad (12)$$

匹配负载为:

$$|Z_{p-rect}(x')| = \frac{\rho h}{\sqrt{1 + \omega_0^2 \varepsilon^2 \rho^2 x' W l}} \quad (13)$$

同理,可以得到三角形悬臂梁在振动俘能过程中的电场能量、开路电压和匹配负载与电极占比的关系为:

$$E_{0-tri} = \frac{Whd_{31}^2 E^2 \left[ \int_0^{x'} (1-x') \varepsilon(x') dx' \right]^2}{\varepsilon (2-x') x'} \quad (14)$$

$$U_{tri}(x') = \frac{2hd_{31}E \int_0^{x'} (1-x') \varepsilon(x') dx'}{\varepsilon (2-x') x'} \quad (15)$$

$$Z_{p-tri}(x') = \frac{\rho 2h}{1 + j\omega_0 \varepsilon \rho W x' (2-x')} \quad (16)$$

以矩形梁为例,将式(3)分别代入式(9)、式(10)和式(13)得到了矩形压电悬臂梁的电场能量、开路电压及匹配负载随电极占比的变化关系(归一化),如图2所示.

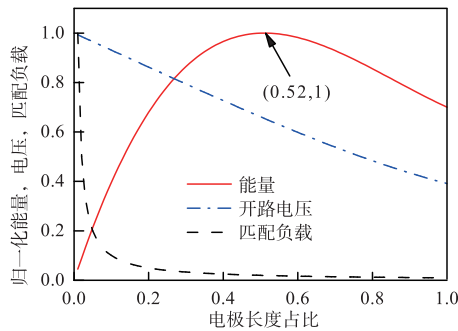


图2 矩形梁能量、开路电压及匹配负载随电极占比变化趋势

由图2看出,矩形梁在振动俘能过程中,其开路电压和匹配负载随着电极占比的增加而减小;而存储的电场能量则随着电极占比的增加呈现先增加后减小的趋势,当电极占比为52%时,电场能量获得最大值,该结论与文献[15]相吻合. 同样,可以得到三角形压电悬臂梁的最优电极占比为57%. 换句话说,在振动俘能过程中无论是矩形梁还是三角形梁都存在最优的电极比.

## 2.3 本质探究

### 2.3.1 定性分析

首先要明确的是,当两个电容量为  $C_1$  和  $C_2$ ,电压分别为  $U_1$  和  $U_2$  ( $U_1 \neq U_2$ ) 的电容作并联时,两电容上的电荷会重新分配,并存在一定的能量损失,其损失的能量为:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{2} C_1 U_1^2 + \frac{1}{2} C_2 U_2^2 - \frac{1}{2} \frac{(C_1 U_1 + C_2 U_2)^2}{C_1 + C_2} \\ &= \frac{C_1 C_2 (U_1 - U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} \end{aligned} \quad (17)$$

其次,对于悬臂梁上压电层而言,可以看作是由无数个宽度相同的“小电容”组成. 在振动时,压电悬臂梁电极表面感应出可以自由移动的电荷,在一个极短的时间内感应电荷重新分配,从而在电极表面形成一个等势面. 这个过程如同无数个电压不同的“小电容”在极短的时间内并联,所以能量损失是存在的.

### 2.3.2 定量分析

根据微元法思想建立如图3所示的悬臂梁微元模型,将矩形梁看作  $n$  个矩形“小电容”组成,每个“小电容”的长度为  $1/n$ ,宽度为  $W$ . 第  $i$  个电容存储的能量,可以通过理论计算得到.

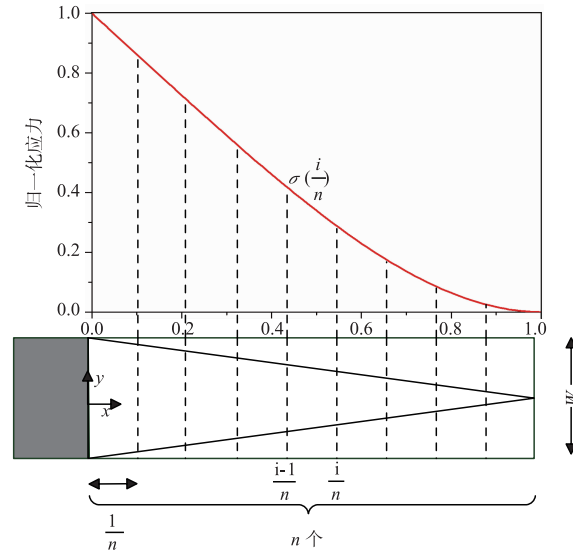


图3 悬臂梁微元模型

第  $i$  个“小电容”的面积、电荷量、电容及电场能量分别为:

$$S_i = W \frac{1}{n}, Q_i = d_{31} \sigma_{rect} \left( \frac{i}{n} \right) S_i, C_i = \frac{\varepsilon S_i}{h} \quad (18)$$

$$E_i = \frac{Q_i^2}{2C_i} = \frac{Whd_{31}^2}{2\varepsilon} \sigma_{rect}^2 \left( \frac{i}{n} \right) \frac{1}{n} \quad (19)$$

组成矩形梁的  $n$  个电容的总电能量为:

$$E_{rect1} = \sum_{i=1}^n E_i = \frac{Whd_{31}^2}{2\varepsilon} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{rect}^2 \left( \frac{i}{n} \right) \quad (20)$$

将  $x' = 1$  (即  $x = l$ , 全电极), 代入式(9)可得全电极矩形压电悬臂梁的电量为:

$$E_{rect2} = \frac{Whd_{31}^2}{2\varepsilon} \left[ \int_0^1 \sigma_{rect}(x') dx' \right]^2 \quad (21)$$

同样地, 组成三角形梁的  $n$  个电容的总电量为:

$$E_{tri1} = \sum_{i=1}^n E_i = \frac{Whd_{31}^2}{4\varepsilon} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{tri}^2 \left( \frac{i}{n} \right) \left( 2 - \frac{2i-1}{n} \right) \quad (22)$$

全电极三角形压电悬臂梁的电量为:

$$E_{tri2} = \frac{Whd_{31}^2}{\varepsilon} \left[ \int_0^1 \sigma_{tri}(x') dx' \right]^2 \quad (23)$$

比较式(20)和式(21)以及式(22)和式(23), 即可得到矩形和三角形悬臂梁在不同电极占比下损失的电场能量. 采用式(3)和(4)所示的应变分布函数, 且取尽可能大的  $n$  值, 由 MATLAB 得到的仿真结果如图 4 所示.

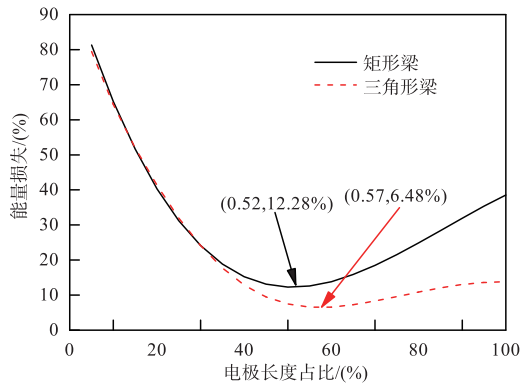


图4 矩形梁和三角形梁在不同电极占比下的能量损失

由图 4 可以看出, 当悬臂梁的电极占比为最优值时能量损失最小. 即矩形梁和三角形梁的电极占比分别为 52% 和 57% 时, 能量损失率分别为 12.28% 和 6.48%.

### 3 仿真分析

本文选用 PVDF 压电材料, 仿真过程中涉及到的介电常数、压电常数等系数矩阵参见文献[18, 19]. 压电悬臂梁模型参数如表 1 所示.

表 1 压电悬臂梁模型参数

参数	PVDF	基底(磷青铜)
密度 ( $\text{kg/m}^3$ )	1780	8920
弹性模 (Gpa)	2.5	106
泊松比	0.3	0.35
厚度 ( $\mu\text{m}$ )	50	100
宽度 (mm)	20	20
长度 (mm)	60	70

### 3.1 输出特性分析

首先仿真分析了矩形和三角形压电悬臂梁的输出开路电压及匹配负载随电极占比的变化关系, 如图 5 所示.

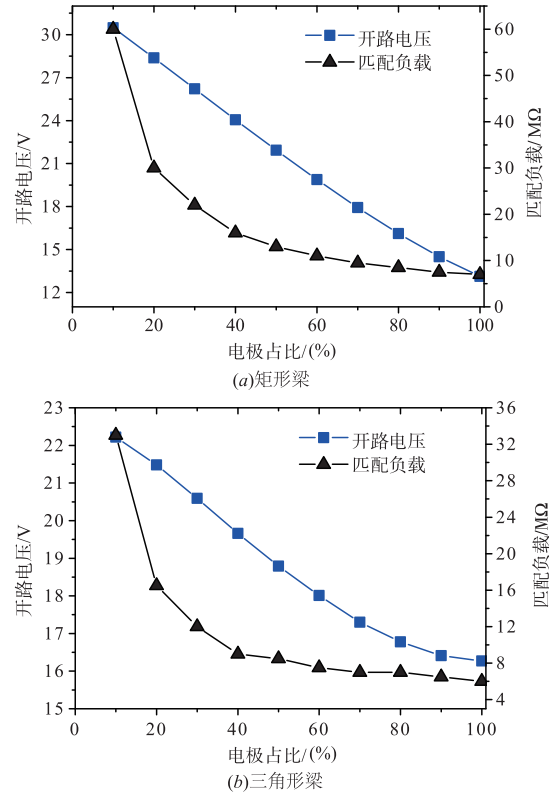


图5 输出开路电压及匹配负载随电极占比的变化趋势

由图 5 可以看出, 矩形梁和三角形梁开路电压和匹配负载均随着电极占比的增大而逐渐减小.

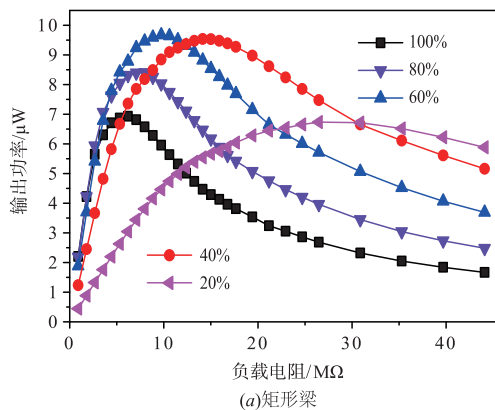
其次, 分别对电极占比 10% ~ 100% 的输出功率曲线进行仿真分析, 输出功率特性曲线如图 6 所示. 进一步提取图 5 和图 6 中负载匹配时的最大输出功率, 进而得到如图 7 所示的最大输出功率随电极占比的变化趋势.

由图 7 可以看出, 在振动俘能过程中, 矩形梁、三角形梁的电极占比分别为 50% 和 60% 时获得的最大功率为  $9.84 \mu\text{W}$  和  $11.41 \mu\text{W}$ , 分别为全电极输出功率的 1.42 倍和 1.05 倍.

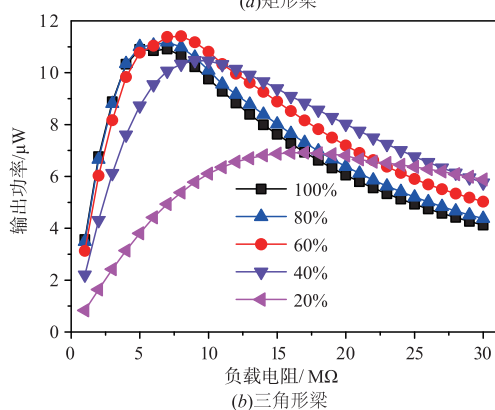
### 3.2 能量分布函数和仿真结果比较

比较悬臂梁在振动俘能过程中电场能量随电极占比分布的函数曲线和 ANSYS 仿真分析的最大输出功率, 其结果如图 8 所示.

由图 8 可以看出, 由仿真得到的最大输出功率随电极占比的变化规律与电场能量随电极占比分布的函数曲线相当吻合. 这说明利用压电悬臂梁的振型函数推导得到的电场能量随电极占比的分布函数的理论是正



(a) 矩形梁



(b) 三角形梁

图6 不同电极占比输出功率随负载的变化曲线

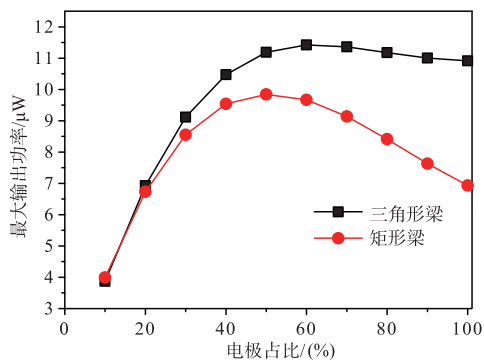
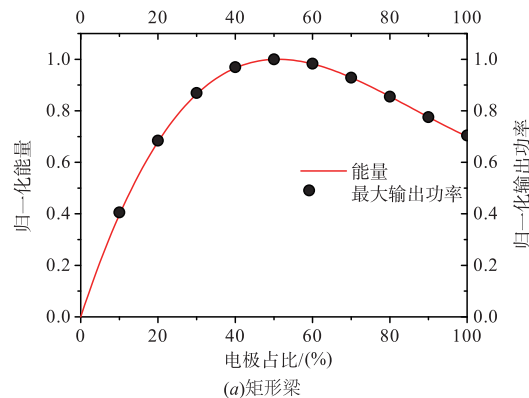


图7 最大输出功率随电极占比的变化曲线

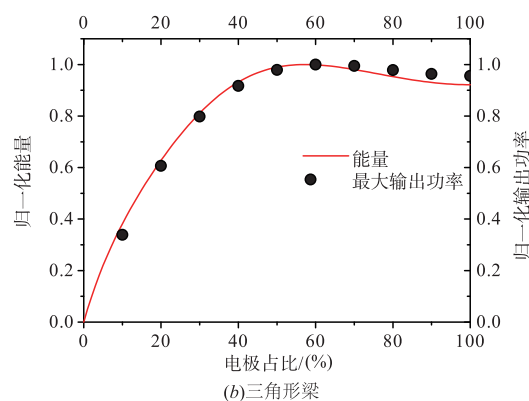
确的,用能量分布函数分析输出功率的方法是可行的,其分析结果较文献[15]更准确,分析方法具有普遍性,不仅可以分析矩形梁,还可以分析三角形梁,同样也适用于梯形梁。

#### 4 实验验证

实验采用自制的矩形和三角形压电悬臂梁,其尺寸和参数满足表1的要求.实验过程中采用 AFG3021B 信号发生器为 YE5871A 功率放大器提供信号,从而驱动 JZK-5 系列小型激振台,进而激励固定在振动台上的压电悬臂梁,最后通过 TDS1002 来观察输出电压波形,并记录实验结果,实验装置如图9所示。



(a) 矩形梁



(b) 三角形梁

图8 能量分布函数与仿真最大输出功率比较

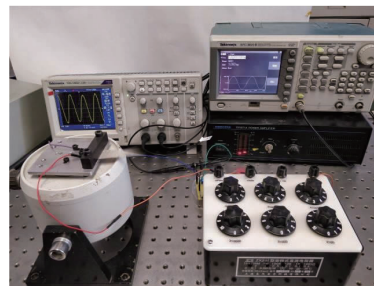


图9 实验装置示意图

在实验过程中,首先测得在振动俘能过程中矩形和三角形悬臂梁的输出开路电压和匹配负载随电极占比的变化,其变化规律与理论分析及仿真的结果相吻合.其次,不断地改变负载,测得悬臂梁在 10% ~ 100% 电极占比下的输出功率,提取不同电极占比的最大输出功率和对应的匹配负载从而得到最大功率和匹配负载随电极占比的变化曲线.以矩形悬臂梁为例,如图 10(a)和 10(b)所示.最后,对实验结果与 ANSYS 仿真所得最大输出功率以及能量分布函数曲线进行了对比.以矩形悬臂梁为例,比较结果如图 11 所示。

由图 10(a)和 10(b)可以看出,最大输出功率和匹配负载随不同电极占比的变化规律均与理论和仿真结果相吻合,只是最优电极占比和最大输出功率在数值上与仿真有点偏差.实验测得的矩形和三角形悬臂梁

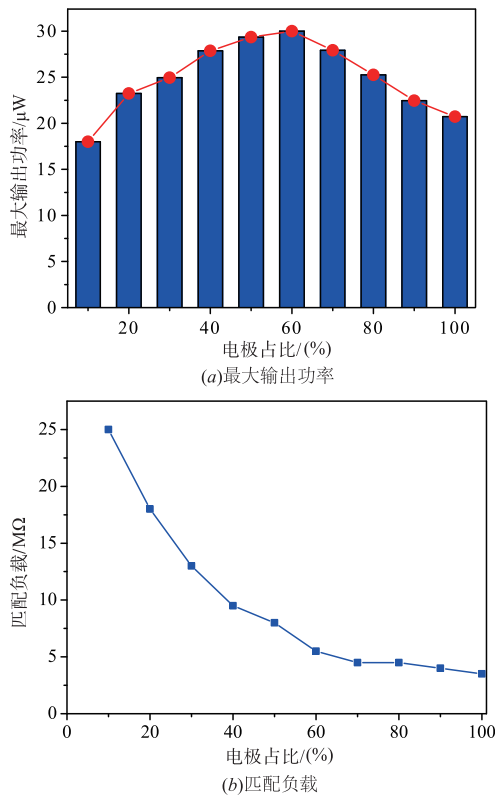


图 10 矩形悬臂梁最大功率及匹配负载随不同电极占比的变化

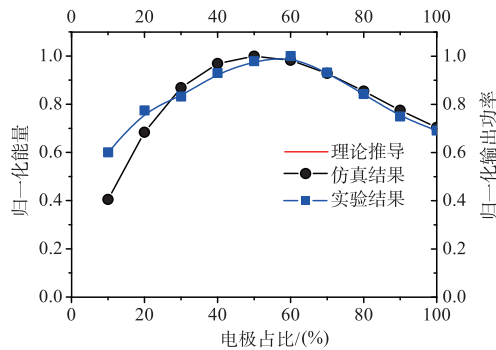


图 11 矩形悬臂梁实验结果与仿真、能量分布函数的比较

的最优电极占比分别为 60% 和 50%, 其最大功率分别为全电极的 1.45 倍和 1.17 倍. 由图 11 可以看出, 实验测得负载匹配时的最大输出功率与仿真结果以及电场能量随电极占比分布的函数曲线三者表现出了良好的一致性.

## 5 结论

本文从电极占比的角度探究了在压电振动俘能系统中电极分布对压电悬臂梁俘能特性的影响. 利用压电悬臂梁的振型函数推导得到了在俘能过程中存储的电场能量与电极占比的关系, 更准确的分析了电极占比的影响, 并探究了电极占比对电气输出特性影响的本质, 指出了在振动俘能过程中存在电荷的重新分配,

且存在能量损失, 在最优电极处能量损失最低, 全电极时能量损失较大; 其次通过仿真分析了矩形和三角形悬臂梁在振动俘能过程中的输出特性, 指出最优电极占比在 50% ~ 60% 之间. 最后, 通过实验验证了矩形和三角形悬臂梁在振动俘能过程中的最优电极占比与仿真和能量分布函数得到的最优值相当吻合, 进一步说明利用压电悬臂梁的振型函数推导得到的电场能量随电极占比的分布函数的理论是正确的, 该分析方法更具有普遍性, 不仅可以分析矩形梁、三角形梁, 同样也适用于梯形梁. 在实际应用过程通过优化电极占比来提高输出功率是可行的.

## 参考文献

- [1] Ly, R, Rguiti, M, Dastorg, S, et al. Modeling and characterization of piezoelectric cantilever bending sensor for energy harvesting [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2011, 168(1), 95 - 100.
- [2] 曹良足, 殷丽霞. 压电换能器电调介质滤波器的设计与实现 [J]. 电子学报, 2017, 45(8): 1964 - 1969. CAO Liang-zu, YIN Li-xian. The implementation and design of piezoelectric transducer-tuned dielectric filter [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(8): 1964 - 1969. (in Chinese)
- [3] Wang W, Fan H, Ye Y. Effect of electric field on the structure and piezoelectric properties of poly(vinylidene fluoride) studied by density functional theory [J]. Polymer, 2010, 51(15): 3575 - 3581.
- [4] Ren H, Fan H. The role of piezoelectric rods in 1-3 composite for the hydrostatic response applications [J]. Sensors and Actuators A-Physical, 2006, 128(1): 132 - 139.
- [5] 李梦阳, 董川, 等. 基于振动能量收集器的无源无线传感节点技术研究 [J]. 传感技术学报, 2016, 29(8): 1260 - 1265. LI Meng-yang, DONG Chuan, et al. Research of self-powered wireless sensing node based on vibration energy harvester [J]. Journal of Sensor Technology, 2016, 29(8): 1260 - 1265. (in Chinese)
- [6] 张森, 孟庆丰, 等. 考虑疲劳寿命的压电悬臂梁结构优化设计方法 [J]. 压电与声光, 2015, 37(1): 68 - 72. ZHANG Miao, MENG Qing-feng, et al. Structure optimization design method for piezoelectric cantilever beam considering fatigue life [J]. Piezoelectrics and Acoustooptics, 2015, 37(1): 68 - 72. (in Chinese)
- [7] LUMENTUT M, HOWARD I. Analytical and experimental comparisons of electromechanical vibration response of a piezoelectric bimorph beam for power harvesting [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 36: 66 - 86.
- [8] Ayed, S B, Najjar, F, Abdelkefi, A. Shape improvement for

- piezoelectric energy harvesting applications [A]. IEEE 2009 3rd International Conference on Signals, Circuits and Systems (SCS) [C]. Medenine Tunisia, 2009. 1 - 6.
- [9] Mateu, L, Moll, F. Optimum piezoelectric bending beam structures for energy harvesting using shoe inserts [J]. *Intell. Mater. Syst. Struct.* 2005, 16, 835 - 845. doi: 10.1177/1045389X05055280.
- [10] 邓冠前, 陈仲生, 等. 不同形状压电振的振动发电行为研究 [J]. *压电与声光*, 2010, 32(3): 440 - 443.  
DENG Guan-qian, CHEN Zhong-sheng, et al. Study on vibration energy harvesting behaviors of piezoelectric cantilevers with different geometries [J]. *Piezoelectrics and Acoustooptics*, 2010, 32(3): 440 - 443. (in Chinese)
- [11] Bai FX, Song GL, Dong WJ, et al. Fan-structure wind energy harvester using circular array of polyvinylidene fluoride cantilevers [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2017, 28(5): 653 - 662.
- [12] Ooi B L, Gilbert J M, Rashid A, Aziz A. Analytical and finite-element study of optimal strain distribution in various beam shapes for energy harvesting applications [J]. *Acta Mechica Sinica*, 2016, 32(4): 670 - 683.
- [13] 宋国梁. 基于冲击式振动的 PVDF 压电风能收集系统的研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2016. 14 - 32.  
SONG Guo-liang. Study of impact-induced piezoelectric wind harvesting based on PVDF [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2016. 14 - 32. (in Chinese)
- [14] Stewart M, Weaver P M, Cain M. Charge redistribution in piezoelectric energy harvesters [J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 100(7): 271 - 274.
- [15] Du S, Jia Y, Seshia A. Maximizing output power in a cantilevered piezoelectric vibration energy harvester by electrode design [A]. The 15<sup>th</sup> International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (Power MEMS 2015) [C]. UK, 2015. 660(1): 012114.
- [16] 李靖. 风车式压电发电装置研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015. 17 - 19.  
LI Jing. Research on the Windmill-TYPE energy harvesting device using piezoelectric materials [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2015. 17 - 19. (in Chinese)
- [17] 白凤仙, 马桂帅, 等. 悬臂梁式压电振动能量收集系统输出功率的优化研究 [J]. *电子学报*, 2014, 42(5): 883 - 889.  
BAI Feng-xian, MA Gui-shuai, et al. Optimization of the output power of cantilever piezoelectric vibration energy harvesting [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(5): 883 - 889. (in Chinese)
- [18] 姜德龙, 程光明, 曾平, 等. 悬臂梁双压电晶片振子发电性能研究 [J]. *机械设计与制造*, 2011(1): 121 - 123.  
JIANG De-long, CHENG Guang-ming, ZENG Ping, et al. The research on piezoelectric cantilever oscillator generator performance [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2011(1): 121 - 123. (in Chinese)
- [19] Hu H, Zhao C, Feng S, et al. Adjusting the resonant frequency of a PVDF bimorph power harvester through a corrugation-shaped harvesting structure [J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control*, 2008, 55(3): 668 - 674.

#### 作者简介



白凤仙 女, 1963 年出生, 山西交城人, 汉族, 硕士, 副教授, 主要从事电路与系统、压电振动发电的理论与应用研究。  
E-mail: baifx63@dlut.edu.cn



马慧卿 男, 1991 年出生, 辽宁朝阳人, 汉族, 硕士研究生, 主要研究领域为压电振动能量收集系统的优化工作。  
E-mail: 614436268@qq.com